



Математичне моделювання теплових процесів в енергетиці та промисловості

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Третій (доктор філософії)</i>
Галузь знань	14 Електрична інженерія
Спеціальність	144 «Теплоенергетика»
Освітня програма	«Теплові електричні станції та установки»
Статус дисципліни	За вибором студента
Форма навчання	Очна (денна та вечірня)
Рік підготовки, семестр	2 курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	6,5 кредитів ECTS (195 год.)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Практичні заняття, МКР, екзамен
Розклад занять	Згідно rozklad.kpi.ua
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: к.т.н., доц., Риндюк Дмитро Вікторович, 099-055-47-04, rel_dv@ukr.net Практичні / Семінарські: к.т.н., доц., Риндюк Дмитро Вікторович, 099-055-47-04, rel_dv@ukr.net Лабораторні: не заплановано
Розміщення курсу	Посилання на дистанційний ресурс (Google classroom) https://classroom.google.com/c/MjU5OTM0MzE0NDI5?cjc=sixuole

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Математичне моделювання тепломасообмінних процесів в енергетичній галузі, тобто дослідження цих процесів, ґрунтується на їх математичному описі, досить давно використовується в техніці. Однак, в даний час, зміст математичного моделювання, його можливості та актуальність створення математичних моделей зазнали докорінних змін. Це пов'язано, по-перше, з відомими перевагами комп'ютерних методів перед натурним експериментом, по-друге, зі швидким розвитком засобів обчислювальної техніки та її математичного забезпечення, і, нарешті, по-третє, з удосконаленням існуючих та розробкою нових чисельних методів реалізації складних математичних моделей, що використовують математичний апарат диференціального й інтегрального числення. Проведення обчислювальних експериментів з математичною моделлю, що реалізована у вигляді комп'ютерної програми, забезпечує скорочення термінів дослідження і зменшення його вартості, дозволяє прогнозувати поведінку досліджуваного об'єкта в різних, у тому числі і екстремальних, ситуаціях, створюючи таким чином основу для теплотехнічного обґрунтування проектних рішень при розробці нових і вдосконаленні існуючих енергетичних об'єктів.

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів наступних компетентностей.

ЗДАТНІСТЬ:

- ЗК 1 Здатність до критичного аналізу та синтезу, абстрактного мислення та генерування нових знань при вирішенні дослідницьких і практичних завдань.
- ФК 1 Здатність виконувати оригінальні дослідження, досягати наукові результати, які створюють нові знання у сфері теплоенергетики та дотичних до неї міждисциплінарних напрямках і можуть бути опубліковані у провідних наукових виданнях з теплоенергетики та суміжних галузей.
- ФК 4 Здатність виявляти, ставити та вирішувати проблеми дослідницького характеру у сфері теплоенергетики, оцінювати та забезпечувати якість виконуваних досліджень.

Основні завдання навчальної дисципліни.

Згідно з вимогами освітньої програми студенти після засвоєння навчальної дисципліни мають продемонструвати такі програмні результати навчання:

- ПРН1 Мати передові концептуальні та методологічні знання з теплоенергетики і на межі предметних галузей, а також дослідницькі навички, достатні для проведення наукових і прикладних досліджень на рівні останніх світових досягнень з теплоенергетики, отримання нових знань та/або здійснення інновацій.
- ПРН3 Формулювати і перевіряти гіпотези; використовувати для обґрунтування висновків належні докази, зокрема, результати теоретичного аналізу, експериментальних досліджень (опитувань, спостережень, тощо) і математичного та/або комп'ютерного моделювання, наявні літературні дані.
- ПРН4 Розробляти та досліджувати концептуальні, математичні і комп'ютерні моделі процесів і систем, ефективно використовувати їх для отримання нових знань та/або створення інноваційних продуктів у теплоенергетиці та дотичних міждисциплінарних напрямках.
- ПРН5 Планувати і виконувати експериментальні та/або теоретичні дослідження з теплоенергетики та дотичних міждисциплінарних напрямків з використанням сучасних інструментів, критично аналізувати результати власних досліджень і результати інших дослідників у контексті усього комплексу сучасних знань щодо досліджуваної проблеми.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Вимоги до початку вивчення - знання з курсу «Вища математика», «Інформаційні технології», «Основи моделювання технологічних систем», «Теплотехніка».

Забезпечується: «Інформаційні технології», «Вища математика», «Основи наукових досліджень та планування експерименту», «Наукова робота за темою магістерської дисертації. Науково-дослідна робота за темою магістерської дисертації».

Забезпечує: наукову роботу за темою дисертації доктора філософії.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ АНАЛІТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

1. Вступ до дисципліни. Загальні принципи моделювання. Класифікація аналітичних моделей. Способи представлення моделей. Етапи створення аналітичних моделей.
2. Рівняння основних законів фізики в моделях з розподіленими параметрами. Рівняння закону

- збереження речовини (M). Рівняння закону збереження енергії потоку (E). Рівняння закону збереження кількості руху (P). Рівняння закону збереження енергії (теплопровідності) труб.
3. Моделі з різним ступенем наближення. Моделі статичного наближення (статичні моделі). Моделі лінійного наближення (лінійні моделі). Рівняння закону збереження речовини. Рівняння закону збереження енергії. Моделі з зосередженими параметрами. Рівняння закону збереження речовини. Рівняння закону збереження енергії. Моделі багатоточкового наближення.

Розділ 2. ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ МОДЕЛЕЙ ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ

1. Динамічні характеристики РП моделі потоку. Динамічні характеристики точкової ЗП моделі. Характеристики моделей теплових процесів стінки труб.
2. Статичні характеристики РП моделі стінки. Циліндрична стінка. Плоска стінка. Динамічні характеристики РП моделі плоскої стінки. Радіаційний теплообмінник. Конвективний теплообмінник.
3. Динамічні характеристики точкової моделі стінки. Порівняння моделей різного ступеня наближення. Моделі теплообмінників з розподіленими і зосередженими параметрами. Узагальнена математична модель теплообмінника. Методи розв'язку узагальненої моделі.

Розділ 3. МОДЕЛІ СТАТИКИ ТЕПЛООБМІННИКІВ

1. Розподілена статична модель конвективного теплообмінника з однофазними теплоносіями.
2. Модель статички конвективного теплообмінника із зовнішнім теплоносієм на лінії насичення.
3. Розподілена статична модель радіаційного теплообмінника.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова:

1. Математичне моделювання теплових процесів в енергетиці та промисловості. Частина 1. [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. третього рівня вищої освіти (PhD) спеціальності 144 «Теплоенергетика» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Д.В. Риндюк, – Електронні текстові дані (1 файл: 4,34 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 69 с.
2. Математичне моделювання теплових процесів в енергетиці та промисловості. Практикум [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. третього рівня вищої освіти (PhD) спеціальності 144 «Теплоенергетика» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Д.В. Риндюк, В.А. Пешко – Електронні текстові дані (1 файл: 4,3 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 75 с.
3. Черноусенко, О.Ю. Основи наукових досліджень та інженерної творчості / О.Ю. Черноусенко, О.О. Чепелюк, Д.В. Риндюк // Навчальний посібник для студентів напрямів підготовки 144 «Теплоенергетика». – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2016. – 270 с.

Допоміжна:

1. Метод скінченних елементів у задачах механіки суцільних середовищ. Лабораторний практикум з навчальної дисципліни [Електронний ресурс]: навч. посіб. / А. Я. Карвацький. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 391 с.

2. Нікольський, О. І. Моделювання теплових процесів в РЕА: навчальний посібник / О. І. Нікольський, О. П. Шеремета. – Вінниця: ВНТУ, 2015. – 116 с.
3. Шамина О.Б. Методы научно-технического творчества: синтез новых технических решений. Учебное пособие. – Томск. Изд-во ТПУ, 2010. — 94 с. Основи наукових досліджень: конспект лекцій / укладач Е. В. Колісніченко. – Суми: Сумський державний університет, 2012. – 83 с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
Розділ 1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ АНАЛІТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ	
1.	Вступ до дисципліни. Загальні принципи моделювання. Класифікація аналітичних моделей. Способи представлення моделей. Етапи створення аналітичних моделей. Лекція супроводжується показом слайдів за темою. [1, с. 5-18], [3, с. 5-15].
2.	Рівняння основних законів фізики в моделях з розподіленими параметрами. Рівняння закону збереження речовини (М). Рівняння закону збереження енергії потоку (Е). Рівняння закону збереження кількості руху (Р). Рівняння закону збереження енергії (теплопровідності) труб. Лекція супроводжується показом слайдів за темою. [1, с. 20-24], [3, с. 20-25].
3.	Моделі з різним ступенем наближення. Моделі статичного наближення (статичні моделі). Моделі лінійного наближення (лінійні моделі). Рівняння закону збереження речовини. Рівняння закону збереження енергії. Моделі з зосередженими параметрами. Рівняння закону збереження речовини. Рівняння закону збереження енергії. Моделі багатоточкового наближення. Лекція супроводжується показом слайдів за темою. [1, с. 25-29], [2, с. 24-39].
Розділ 2. ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ МОДЕЛЕЙ ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ	
4.	Динамічні характеристики РП моделі потоку. Динамічні характеристики точкової ЗП моделі. Характеристики моделей теплових процесів стінки труб. Лекція супроводжується показом слайдів за темою. [1, с. 31-40], [2, с. 7-23].
5.	Статичні характеристики РП моделі стінки. Циліндрична стінка. Плоска стінка. Динамічні характеристики РП моделі плоскої стінки. Радіаційний теплообмінник. Конвективний теплообмінник. Лекція супроводжується показом слайдів за темою. [1, с. 40-44], [2, с. 17-23].
6.	Динамічні характеристики точкової моделі стінки. Порівняння моделей різного ступеня наближення. Моделі теплообмінників з розподіленими і зосередженими параметрами. Узагальнена математична модель теплообмінника. Методи розв'язку узагальненої моделі. Лекція супроводжується показом слайдів за темою. [1, с. 45-54], [2, с. 41-67].
Розділ 3. МОДЕЛІ СТАТИКИ ТЕПЛООБМІННИКІВ	
7.	Розподілена статична модель конвективного теплообмінника з однофазними теплоносіями. Лекція супроводжується показом слайдів за темою. [1, с. 57-63].
8.	Модель статички конвективного теплообмінника із зовнішнім теплоносієм на лінії насичення. Лекція супроводжується показом слайдів за темою. [1, с. 63-65].
9.	Розподілена статична модель радіаційного теплообмінника.

Лекція супроводжується показом слайдів за темою. [1, с. 65-67].
--

Практичні заняття

1.	ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ З ТЕПЛОВИДІЛЕННЯМ [2, с. 5-7]. 1. Загальні питання 2. Постановка задачі та математична модель
2.	ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ З ТЕПЛОВИДІЛЕННЯМ [2, с. 10-14]. 3. Фазовий стан системи. Стійкі та нестійкі стани рівноваги 4. Представлення множини рівноважних станів 5. Побудова біфуркаційної діаграми
3.	ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ З ТЕПЛОВИДІЛЕННЯМ [2, с. 15-20]. 6. Тривимірне представлення рівноважних станів у формі «катастрофи збірки» 7. Стрибки станів при плавних змінах параметрів 8. Часова еволюція системи з тепловиділенням
4.	ТЕПЛОПЕРЕДАЧА В ОКОЛІ КРИТИЧНОЇ ТОЧКИ ПОПЕРЕЧНО ОБТІЧНОЇ ТРУБИ [2, с. 24-28]. 1. Постановка задачі 2. Інтегральне рівняння теплового пограничного шару 3. Математичний опис задачі
5.	ТЕПЛОПЕРЕДАЧА В ОКОЛІ КРИТИЧНОЇ ТОЧКИ ПОПЕРЕЧНО ОБТІЧНОЇ ТРУБИ [2, с. 30-32]. 4. Розподілення швидкості зовнішнього потоку по окружності труби 5. Виведення співвідношень для критичної точки 6. Приведення математичного опису до безрозмірного виду
6.	ТЕПЛОПЕРЕДАЧА В ОКОЛІ КРИТИЧНОЇ ТОЧКИ ПОПЕРЕЧНО ОБТІЧНОЇ ТРУБИ [2, с. 35-39]. 7. Представлення правої частини диференційного рівняння у формі алгоритму оптимізації 8. Чисельне інтегрування за допомогою вбудованої функції Odesolve
7.	ТЕРТЯ І ТЕПЛООБМІН В ПОГРАНИЧНОМУ ШАРІ [2, с. 41-48]. 1. Рівняння Фолкнера-Скен 2. Математичне формулювання 3. Зведення крайової задачі до початкової задачі методом sbval 4. Розв'язок початкової задачі методом rkfixed
8.	ТЕРТЯ І ТЕПЛООБМІН В ПОГРАНИЧНОМУ ШАРІ [2, с. 50-67]. 5. Побудова поля потоку 6. Пограничний шар на проникній поверхні 7. Рівняння теплового пограничного шару 8. Закон теплообміну

6. Самостійна робота студента/аспіранта

№ з/п	Назва тем, що виносяться на самостійне опрацювання	Кількість годин СРС
1.	Загальний огляд розвитку тепломасообміну.	13
2.	Критерії подібності теплових явищ. Умови подібності вимушеного	14

	конвективного. Умови подібності вільної теплової конвекції.	
3.	Математичне моделювання теплообмінних процесів.	14
4.	Основні аспекти сучасного стану математичного моделювання тепломасообмінних процесів в техніці.	14
5.	Математичне формування завдання. Розробка алгоритму чисельного розв'язання задачі.	14
6.	Методи розв'язання задач тепломасообміну. Метод кінцевих елементів. Метод кінцевих різниць. Порівняння особливостей методів кінцевих елементів та граничних елементів.	14
7.	Програмні продукти для моделювання теплообмінних процесів. Програмний продукт CosmosWorks Professional.	14
8.	Програмний продукт MSC. Nastran. Програмне забезпечення із імітаційного моделювання COMSOL Multiphysics.	13
9.	Порівняння характеристик програм для термомоделювання.	13

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Вимоги викладача до студентів:

- Відвідувати лекційні і практичні заняття;
- Виконувати завдання, поставлені на практичних роботах, і вчасно їх здавати;
- Максимальна кількість балів при невчасному складанні модульних контрольних зменшується вдвічі;
- Максимальна кількість балів при невчасній здачі результатів розрахунків за практичними роботами зменшується вдвічі.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Рейтинг студента з навчальної дисципліни складається з балів, які він отримує за:

- 1) модульну контрольну роботу;
- 2) виконання та захист 8 завдань на практичних заняттях;
- 3) екзаменаційне завдання.

Система рейтингових балів

Система оцінки успішності за видами занять і завдань з кредитного модуля згідно з робочою навчальною програмою:

	кількість	бали		сума балів
Практичні заняття	8	відповіді на занятті	10	80
МКР	1		20	20
Сума вагових балів контрольних заходів				100

Шкала балів за відповідні рівні оцінювання з кожного виду контролю.

1. МКР:

Модульна контрольна робота. (20 балів)

- «відмінно», повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 18-20 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями – 14-17 балів;
- «задовільно», неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки – 7-13 балів;

2. Практичне заняття (з розрахунку 4х питань всього 10 балів):

- «відмінно», творче розкриття питань, вільне володіння матеріалом – 9-10 балів;

- «добре», глибоке розкриття питань – 7-8 балів;
- «задовільно», не достатньо повне розкриття питань, достатня робота на практичному занятті – 6 балів.

Заохочувальні і штрафні бали:

	бали
1. Несвоєчасне виконання завдання СРС	-1...-5
2. Ведення конспекту лекцій	1...5
Сума заохочувальних і штрафних балів R_S	10

За результатами навчальної роботи за перші 7 тижнів «ідеальний студент» має набрати 26 балів. На першій атестації (8-й тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 12 балів. За результатами 13 тижнів навчання «ідеальний студент» має набрати 31 бал. На другій атестації (14-й тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 15.

Максимальна сума балів стартової складової складає 60. Необхідною умовою допуску до заліку є позитивна оцінка з виконання всіх завдань СРС, захист практичних занять та стартовий рейтинг не менше 30 балів. Якщо студенти набрали протягом семестру кількість балів більше 60 балів, вони мають можливість отримати іспит „автомат” відповідно до набраного рейтингу. Якщо студенти набрали протягом семестру кількість балів менш ніж 60 балів, студенти виконують екзаменаційну контрольну роботу. Кожне завдання містить два теоретичних питання (10 балів) і одну задачу. (20 балів).

Кожне питання екзаменаційної роботи оцінюється згідно до системи оцінювання:

- правильне раціональне рішення, або повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 18-20 (9-10) балів;
- достатньо повна відповідь, правильне рішення (не менше 70% потрібної інформації, або незначні неточності) – 14-17 (7-8) балів;
- неповна відповідь, рішення з помилками (не менше 60% потрібної інформації та деякі помилки) – 13 (6) балів;
- незадовільна відповідь, або відсутність рішення (менше 60% потрібної інформації та помилки) – менше 12 (5) балів.

Сума стартових балів і балів за залікову роботу переводиться до оцінки згідно з таблицею

$R_D = R_C + R_E$	Оцінка ECTS	Традиційна оцінка
$95 \leq R_D \leq 100$	A - відмінно	відмінно
$85 \leq R_D \leq 94$	B – дуже добре	добре
$75 \leq R_D \leq 84$	C - добре	
$65 \leq R_D \leq 74$	D - задовільно	задовільно
$60 \leq R_D \leq 64$	E - достатньо	
$R_D \leq 59$	F _X - незадовільно	незадовільно
Не зараховано завдання на СРС, або є не зараховані лабораторні роботи, або $R_C \leq 30$	F – незадовільно (потрібна додаткова робота)	не допущено

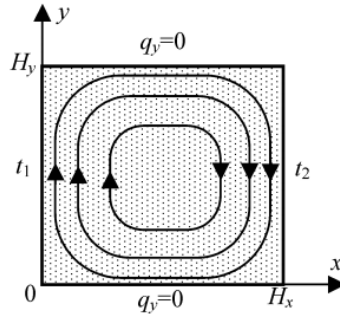
9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Приклади завдання для контрольних робіт.

Крайова задача теплової конвекції

Задача 1

Створити аналітичну математичну модель крайової задачі теплової конвекції (завдача в динамічних змінних $u-v-p-T$) на прикладі плоского руху нестисливої в'язкої рідини з постійними властивостями в горизонтальному каналі прямокутного перетину.



Бічні стінки каналу прийняти ізотермічними з температурами t_1 і t_2 ($t_1 > t_2$), верхня і нижня стінки - адіабатні.

В'язке середовище, нагріваючись у лівій стінки, піднімається внаслідок зменшення щільності вгору і опускається відповідно вниз при охолодженні у правій стінки. Утворюється замкнутий контур циркуляції рідини з граничними шарами під стінами каналу.

Зауважимо, що в динамічних змінних плоска задача теплової конвекції зводиться до системи п'яти диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial T}{\partial \tau} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= a \nabla^2 T \\ \frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u \\ \frac{\partial v}{\partial \tau} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -g(1 - \beta \Delta T) - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v \\ \nabla^2 p &= \rho_0 \beta g \frac{\partial T}{\partial y} - 2\rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \right). \end{aligned}$$

з відповідними крайовими умовами

$$\left. \begin{aligned} T(\tau=0) &= T_0, \quad u(\tau=0) = v(\tau=0) = 0, \\ T(0, y) &= T_1, \quad T(H_x, y) = T_2, \quad \frac{\partial T}{\partial y}(x, 0) = \frac{\partial T}{\partial y}(x, H_y) = 0, \\ u(0, y) &= u(H_x, y) = v(x, 0) = v(x, H_y) = 0. \end{aligned} \right\}$$

Необхідно отримати розподіл температур по площі каналу й побудувати графік поля температур.

Величини температур t_1 і t_2 та геометричні розміри H_x , H_y обрати з таблиці.

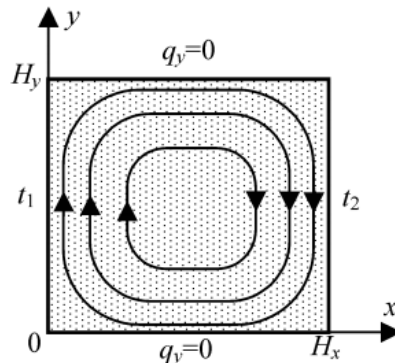
Математичну модель реалізувати в середовищі MathCad.

520	300	0,1	0,2
425	370	0,2	0,3
710	520	0,1	0,4
350	280	0,4	0,1
295	273	0,5	0,2

355	320	0,3	0,7
620	273	0,2	0,4
390	300	0,5	0,3
330	273	0,6	0,4
410	350	0,2	0,2
470	310	0,3	0,2
500	273	0,1	0,05

Задача 2

Створити аналітичну математичну модель крайової задачі теплової конвекції в змінних завихреність-функція току ($\omega-\psi-T$) на прикладі плоского руху нестисливої в'язкої рідини з постійними властивостями в горизонтальному каналі прямокутного перетину.



Бічні стінки каналу прийняти ізотермічними з температурами t_1 і t_2 ($t_1 > t_2$), верхня і нижня стінки - адіабатні.

В'язке середовище, нагріваючись у лівій стінки, піднімається внаслідок зменшення щільності вгору і опускається відповідно вниз при охолодженні у правій стінки. Утворюється замкнутий контур циркуляції рідини з граничними шарами під стінами каналу.

Зауважимо, що необхідно виключити з постановки задачі тиск та ввести функцію току ψ , пов'язану з компонентами швидкості співвідношеннями:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = u, \quad -\frac{\partial \psi}{\partial x} = v$$

й таку, що задовольняє рівняння нестисливості потоку. За фізичним змістом функція току характеризує об'ємну витрату в'язкого середовища на одиницю часу.

Тобто, формулювання задачі теплової конвекції в $\omega-\psi-t$ -змінних призводить до системи трьох диференціальних рівнянь: перенесення енергії, Пуассона і перенесення завихреності, в яких швидкість пов'язана з функцією току співвідношеннями наведеними вище.

Таким чином:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tau} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= \alpha \nabla^2 T \\ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\nabla^2 \psi = \omega, \\ \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} &= \nu \nabla^2 \omega + g\beta \frac{\partial T}{\partial x}. \end{aligned}$$

Початкові крайові умови для завихреності і функції току матимуть вигляд:

$$\omega(\tau=0) = 0, \quad \psi(\tau=0) = 0.$$

Граничні значення функції току:

$$\psi(0, y) = \psi(H_x, y) = \psi(x, 0) = \psi(x, H_y) = 0.$$

Необхідно отримати розподіл температур по площі каналу й побудувати графік поля температур.

Величини температур t_1 і t_2 та геометричні розміри H_x, H_y обрати довільними. Математичну модель реалізувати в середовищі MathCad.

520	300	0,1	0,2
425	370	0,2	0,3
710	520	0,1	0,4
350	280	0,4	0,1
295	273	0,5	0,2
355	320	0,3	0,7
620	273	0,2	0,4
390	300	0,5	0,3
330	273	0,6	0,4
410	350	0,2	0,2
470	310	0,3	0,2
500	273	0,1	0,05

Стационарна теплопровідність плоского шару

Задача 3

Згідно умови розглядається частинний випадок стаціонарної задачі теплопровідності для плоского шару завтовшки δ , що не містить внутрішніх джерел тепла ($qV = 0$), на поверхнях якого $x = 0$ і $x = \delta$ задані граничні умови першого роду, тобто підтримуються температури відповідно T_1 та T_2 .

Математичне формулювання стаціонарної крайової задачі теплопровідності в такому випадку має вигляд:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0,$$

$$T(x=0) = T_1, \quad T(x=\delta) = T_2.$$

Загальний розв'язок рівняння теплопровідності в даному випадку матиме вигляд:

$$T = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\delta} x,$$

що дає лінійний розподіл температури по товщині шару.

Густину теплового потоку пропонується визначати з законом Фур'є:

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} = \lambda \frac{T_1 - T_2}{\delta} = \frac{T_1 - T_2}{\delta/\lambda}$$

де, відповідно, співвідношення λ/δ і δ/λ є теплопровідністю і тепловим опором плоского шару.

Втрати тепла через плоску стінку:

$$Q = - \int_{S \tau} \lambda \frac{\partial T}{\partial n} dS d\tau = \frac{T_1 - T_2}{\delta/\lambda} S \cdot \tau \text{ [Дж]}.$$

Визначити втрати тепла через металеву стінку (λ_1 , Вт / (м·К)) площею S , м за час τ , год.

Розрахувати, як зміниться теплопровідність, якщо металеву стінку вкрити шаром теплоізоляту (λ_2 , Вт / (м·К)).

Товщини стінок – δ_1 та δ_2 , мм, температури зовнішньої і внутрішньої поверхонь стінки відповідно t_1 , К та t_2 , К. Визначити вартість втрат при ціні 1 кВт · год енергії 1,68 грн.

Задачу реалізувати в середовищі MathCad.

2	20	520	300	70	0.07	50	24
3	30	425	370	80	0.02	12	12

4	50	710	520	200	0.05	100	15
1	10	350	280	380	0.08	40	14
6	40	295	273	120	0.1	30	10
10	20	355	320	250	0.023	70	2
5	50	620	273	380	0.04	60	1
7	30	390	300	85	0.08	35	7
12	70	330	273	210	0.06	60	8
8	10	410	350	140	0.01	120	18
10	40	470	310	78	0.2	20	40
4	60	500	273	370	0.07	45	27

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено к.т.н., доц. Риндюком Д.В.

Ухвалено кафедрою ТЕУ Т та АЕС (протокол № 12 від 10.06.2020)

Погоджено Методичною радою факультету (протокол № 10 від 25.06.2020 р.)