Лекція 7. Методика оптимізації джерел централізованого теплопостачання.

1. Теплоенергетична установка як об'єкт оптимізації.

Задача – визначення оптимального складу та термінів введення основного устаткування.

1.1. При статичній постановці задачі, коли спорудження та введеня до експлуатації об'єктів здійснюється протягом одного року та потім їх показники залишаються незмінними, тобто не враховується послідовне зростання теплових та електричних навантажень:

$$З = Е_{н.п}К + S, \qquad (1\text{-}1)$$

де $К$, S – сумарні капіталовкладення та експлуатаційні витрати; $Е_{н.п}$ – к-т ефективності капіталовкладень.

1.2. При динамічній постановці задачі враховуються зміни за роками планового періоду рівнів тепло- та електроспоживання та відповідне здійснення капіталовкладень у різні періоди часу:

$$З = Е_н \sum_{t=1}^{T}(\Delta K^t + S^t)(1 + Е_{н.п})^{T-t} + S_{н.е}, \qquad (1\text{-}2)$$

де ΔK^t, S^t - капіталовкладення та експлуатаційні витрати для t-го року; $S_{н.е}$ – експлуатаційні витрати у рік нормальної експлуатації; T – тривалість планового періоду.

Вибір варіанту розвитку системи оптимального здійснюється за мінімумом приведених витрат:

$$З = \min\{З_і\}; i = 1, \dots, L \qquad (1\text{-}3)$$

де $З_і$ – приведені витрати для i-го варіанту розвитку системи; L – кількість варіантів.

Приведені витрати на виробництво теплової енергії в i-му варіанті розвитку:

$$З_і = Е_н \sum_{t=1}^{T}\left[(\Delta K^t_{ТЕЦ\,(i)} + \Delta K^t_{кот\,(i)}) + (S^t_{ТЕЦ\,(i)} + S^t_{кот\,(i)})\right](1 + Е_{н.п})^{T-t} + S^{н.е}_{ТЕЦ\,(i)} + S^{н.е}_{кот\,(i)}, \qquad (1\text{-}5)$$

де $\Delta K^t_{ТЕЦ\,(i)}$, $\Delta K^t_{кот\,(i)}$ – капіталовкладення, які відносяться до t-го року, у ТЕЦ, районну або промислову котельню; $S^t_{ТЕЦ\,(i)}$, $S^t_{кот\,(i)}$ – експлуатаційні витрати у t-му році для цих об'єктів; $S^{н.е}_{ТЕЦ\,(i)}$, $S^{н.е}_{кот\,(i)}$ – те ж для року нормальної експлуатації.

1.3. Однаковий енергетичний ефект. Для всіх варіантів повинно бути забезпечене однакове задоволення потреб однаковою кількістю енергії (за однакової якості).

Для кожного з варіантів визначається електрична потужність N_i^t та виробництво е/е W_i^t та найбільші їх значення приймаються за базові ($N_{\text{баз}}^t$, $W_{\text{баз}}^t$). Для тих варіантів, де $N_i^t < N_{\text{баз}}^t$, $W_i^t < W_{\text{баз}}^t$, розраховується ел. потужність, яка заміщається $N_{\text{зам}}^t$, та виробництво е/е, яке заміщається $W_{\text{зам}}^t$:

$$N_{\text{зам}}^t = N_{\text{баз}}^t - N_i^t, \qquad (1\text{-}6)$$

$$W_{\text{зам}}^t = W_{\text{баз}}^t - W_i^t, \qquad (1\text{-}7)$$

а також число годин використання ел. потужності, яка заміщається:

$$h_{\text{зам}}^t = W_{\text{зам}}^t / N_{\text{зам}}^t. \qquad (1\text{-}8)$$

2. Задача оптимального розвитку ТЕЦ:

2.1. Задано:

- кількість років періоду, що розглядається $(t = 1, \dots, T)$.
- $Q_{\text{о.р.(тех)}}^t$, $Q_{\text{о.р.(от)}}^t$, $Q_{\text{о.р.(в.к.)}}^t$, $Q_{\text{о.р.}}^t$ - розрахункові витрати тепла на технологію, опалювально-побутові цілі, компенсацію втрат на ТЕЦ та сумарні у t-му році;
- $N_{\text{ТЕЦ}}^{\text{баз}}$, $W_{\text{ТЕЦ}}^{\text{баз}}$ - максимально можлива електрична потужність та виробництво е/е на ТЕЦ, що залежить від теплового навантаження у t-му році;
- $N_{\text{ТЕЦ}\,(i)}^t$, $W_{\text{ТЕЦ}\,(i)}^t$ – ел. потужність та е/е КЕС;
- $N_{\text{ТЕЦ}\,(i)}^{t\,(\text{ав})}$ - необхідна (за аварійних умов) ел. потужність ТЕЦ. Аварійні умови позначені індексом (*).
- $N_{\text{зам}\,(i)}^t$, $W_{\text{зам}\,(i)}^t$ – ел. потужність та е/е КЕС, які заміщають ТЕЦ; $з_{\text{е}}^t$ - питомі витрати на е/е, яка заміщається. $h_{\text{зам}}^t$ - число годин використання ел. потужності, яка заміщається;
- варіанти ТЕЦ за складом турбоагрегатів на останній рік періоду, що розглядається$(i = 1, \dots, L)$.
- $Z_{j\,(\text{макс})}$- максимально можливе число турбоагрегатів j-го типорозміру;
- вид та ціни на паливо для ТЕЦ, пікової водогрійної котельної.

2.2. Необхідно визначити оптимальні:

- Z_{ji}^t, R_{ki}^t, R_{ni}^t, R_{bi}^t - число турбоагрегатів j-го типу, енергетичних котлоагрегатів k-го типу, пікових парових котлів n-го типу та водогрійних котлів b-го типу.

2.3. Математичне формулювання задачі:

Обрання варіанту ТЕЦ за складом турбоагрегатів за мінімумом витрат:

$$З = \min\{З_\mathrm{i}\}; i = 1, \dots, L \tag{2-1}$$

Витрати за T років при i-му варіанті розвитку ТЕЦ:

$$З_i = \sum_{t=1}^{t=T} З_i^t$$

Витрати у t-му році при i-му варіанті розвитку ТЕЦ:

$$З_i^t = f(Z_{ji}^t, R_{ki}^t, R_{ni}^t, R_{bi}^t) \tag{2-2}$$

за наступних обмежень:

1) потужність турбін j–го типу повинна бути менше максимальної, потужність турбін та котлів в t–му році не повинна перевищувати відповідну потужність у $(t+1)$–му році:

$$\begin{gathered} Z_{ji}^t \le Z_{j\,(\text{макс})},\ j = 1, \dots, J; \\ Z_{ji}^t \le Z_{ji}^{(t+1)};\ R_{ki}^t \le R_{ki}^{(t+1)}; \\ R_{ni}^t \le R_{ni}^{(t+1)};\ R_{bi}^t \le R_{bi}^{(t+1)}. \end{gathered} \tag{2-3}$$

2) баланси (співвідношення виробництва та споживання) теплового навантаження на технологію, опалювально-побутові цілі, компенсацію втрат на ТЕЦ:

$$\begin{gathered} Q_{\text{тех}\,(i)}^t \ge Q_{\text{о.р.(тех)}}^t; \\ Q_{\text{от}\,(i)}^t \ge Q_{\text{о.р.(от)}}^t; \\ Q_{\text{в.к.}(i)}^t \ge Q_{\text{о.р.(в.к.)}}^t. \end{gathered} \tag{2-4}$$

3) баланси електричної потужності та е/е за нормальних режимів роботи ТЕЦ (варіанти у t-му році приведені до рівного енергетичного ефекту)

$$\begin{gathered} N_{\text{ТЕЦ}\,(i)}^t + N_{\text{зам}\,(i)}^t = N_{\text{ТЕЦ}}^{\text{баз}}; \\ W_{\text{ТЕЦ}\,(i)}^t + W_{\text{зам}\,(i)}^t = W_{\text{ТЕЦ}}^{\text{баз}}. \end{gathered} \tag{2-5}$$

4) баланси електричної потужності та відпуску тепла в аварійних умовах (склад устаткування скорочений внаслідок аварій - $Z_{ji}^{t\,(*)}, R_{ki}^{t\,(*)}, R_{ni}^{t\,(*)}, R_{bi}^{t\,(*)}$):

$$N_{\text{ТЕЦ}\,(i)}^{t\,(*)}(Z_{ji}^{t\,(*)}) \geq N_{\text{ТЕЦ}\,(i)}^{t\,(\text{ав})};$$
$$Q_{\text{тех}\,(i)}^{t\,(*)}(Z_{ji}^{t\,(*)}, R_{ki}^{t\,(*)}, R_{ni}^{t\,(*)}) \geq Q_{\text{о.р.(тех)}}^{t}$$
$$Q_{\text{от}\,(i)}^{t\,(*)}(Z_{ji}^{t\,(*)}, R_{ki}^{t\,(*)}, R_{ni}^{t\,(*)}, R_{bi}^{t\,(*)}) \geq Q_{\text{о.р.(от)}}^{t} \qquad (2\text{-}6)$$
$$Q_{\text{в.к.}(i)}^{t\,(*)}(Z_{ji}^{t\,(*)}, R_{ki}^{t\,(*)}, R_{ni}^{t\,(*)}) \geq Q_{\text{о.р.(в.к.)}}^{t}$$

2.4. Клас задачі оптимізації.

Задача, відповідно до постановки, є:

- дискретною – наявна шкала типорозмірів для турбоагрегатів та котлів;
- цілочисельною – кількість турбін та котлів може бути лише цілою.
- нелінійною – відповідно до характеру взаємозв’язку змінних.
- деякі змінні є випадковими.

Задача полягає у визначенні критеріальної функції $\text{З}(x)$, де x – набори невід’ємних цілочисельних змінних x_{it}, що задовольняють рівнянню:

$$Z_i = \sum_{t=1}^{T} x_{it}, i = 1, \dots, m, \qquad (2\text{-}7)$$

в яких змінні Z_i незалежно приймають значення від 0 до n_i з кроком 1.

У цих рівняннях: Z_i - число турбін і-го типорозміру, які встановлюються за період T років; x_{it} - число турбін i-го типорозміру, які встановлюються у t-му році; m – число типорозмірів турбін; n_i – граничне число турбін i-го типорозміру.

З (2-7) слідує, що загальна кількість турбін всіх типорозмірів: $Z = \sum_{i=1}^{m} Z_i$.

Число можливих варіантів ТЕЦ за складом турбін на останній рік планового періоду визначається значеннями m та n_i.

3. Методи та алгоритми розв'язку задач оптимального розвитку ТЕЦ.

3.1. Метод перебору заданих варіантів розвитку ТЕЦ.

На основі досвіду спеціалістів формуються варіанти складу та термінів введення турбін, для яких визначається число та терміни введення енергетичних та пікових котлів.

Вибір кінцевого розв'язку здійснюється за мінімумом приведених витрат.

Переваги: простота, зручність застосування у інженерній практиці, відносно невелика трудомісткість розрахунків, обмежена область пошуку оптимуму.

Недоліки: розглядається незначна частина можливих варіантів, що не гарантує отримання оптимального розв'язку.

3.2. Комбінаторний метод.

Для кожного варіанту складу устаткування на останній рік періоду формуються можливі варіанти розвитку ТЕЦ. Наприклад, для Z_{iT}=3ХТ-100-130, T=4 роки.

Годы	Варианты развнтия ТЭЦ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-й	3	2	1	0	2	1	0	1	0	0
2-й	0	1	2	3	0	1	2	0	1	0
3-й	0	0	0	0	1	1	1	2	2	3
4-й	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Z_{iT}	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

Годы	Варианты развития ТЭЦ									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1-й	2	1	0	1	0	0	1	0	0	0
2-й	0	1	2	0	1	0	0	1	0	0
3-й	0	0	0	1	1	2	0	0	1	0
4-й	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3
Z_{iT}	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

Переваги повного перебору варіантів розвитку ТЕЦ:
- визначення всієї області розв'язків та на її основі - дійсно оптимального розв'язку;
- автоматизована (менш трудомістка) підготовка вихідної інформації;
- можливість перевірки стійкості оптимального розв'язку при зміні вихідних даних.

Недолік: необхідність перебору значної кількості варіантів розвитку ТЕЦ. Наприклад:
- при Z1=3 та Z2=0 кількість варіантів ТЕЦ – 35 при T=5р. та 220 при T=10р.
- при Z1=4 та Z2=3 кількість варіантів – 7055 при T=5 р. та $286{*}10^3$ при T=10 р.

3.3. Метод динамічного програмування.

Метод може бути застосований якщо:

- функція, що оптимізується, є адитивною, тобто є сумою однотипних складових за всіма кроками процесу оптимізації. Це дозволяє замінити пошук оптимуму функції багатьох змінних багаторазовим визначенням (на кожному кроці) оптимуму невеликої їх кількості;
- розв’язок, який приймається на даному кроці, залежить від попереднього стану енергетичного об’єкту (системи) та не залежить від його наступного стану.

Приведені витрати для ТЕЦ складаються з капіталовкладень та експлуатаційних витрат для кожного з років, тобто їх можна вважати адитивними.

У кожному наступному році число турбін не може бути меншим числа турбін попереднього року – виконання цього обмеження не передбачає залежність приведених витрат наступного року від витрат попереднього, оскільки у наступному році може бути введено або одразу декілька турбін, або не введено жодної незалежно від того, які витрати віднесені до попереднього року.

Визначаються витрати для оптимального варіанту в t-му році, а потім додаються до витрат для варіанту, обраного у (t-1) році.

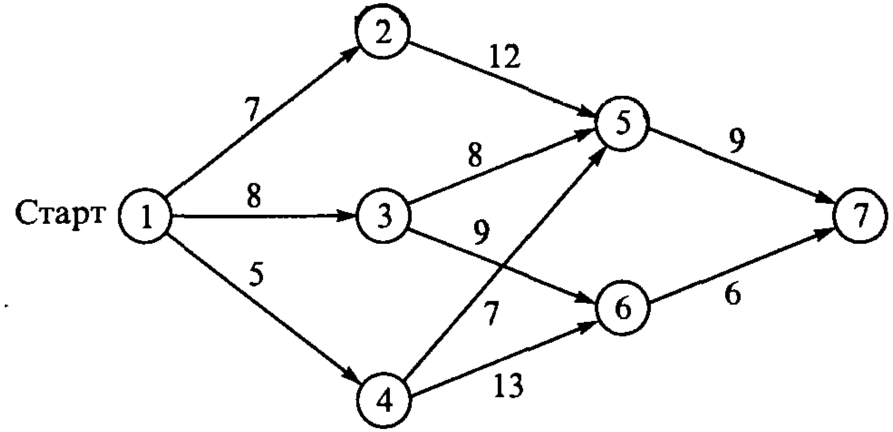
У даній задачі у кожному році розрахункового періоду може бути введено або не введено певну цілу кількість турбін. При цьому турбіни можуть бути одного типорозміру або двох типорозмірів.

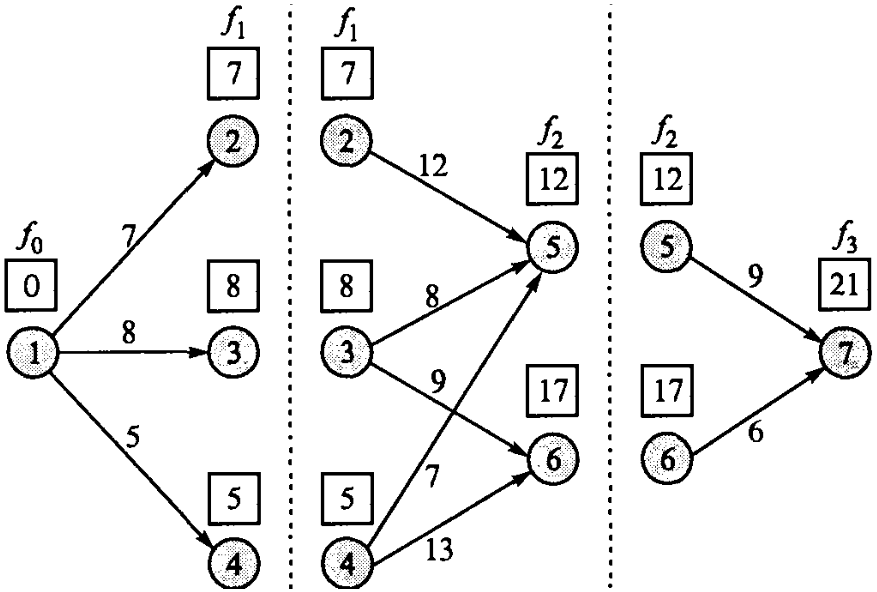
Для наведеного вище прикладу: Z_1=4 та Z_2=3 кількість варіантів – 63 при T=5 років та 138 при T=10 років, що відповідно у 110 та 2080 разів менше кількості варіантів повного перебору.

4. Динамічне програмування (Таха. Исследование операций).

Динамічне програмування (ДП) визначає оптимальний розв’язок n-етапної задачі шляхом її декомпозиції на n етапів.

Розрахунок в ДП виконується рекурентно - оптимальний розв’язок однієї підзадачі використовується як вхідні дані для наступної. Розв’язавши останню підзадачу, отримують оптимальний розв’язок початкової задачі. Підзадачі зазвичай пов’язані між собою певними спільними обмеженнями.





4.1. Приклад 1. Задача про найкоротший шлях.

Необхідно обрати найкоротший шлях між двома містами.

Мережа доріг (мал.1) представляє маршрути між містами 1 та 7. Маршрути проходять через пункти 2-6.

Для використання ДП розділимо задачу на етапи. Вертикальні лінії (мал.2) дають три етапи. Розрахунки для кожного етапу виконуються окремо.

Загальна задача - розрахунок найкоротших (накопичених) відстаней до всіх вершин етапу з наступним використанням цих відстаней у якості вхідних даних для наступного етапу.

Етап 1.

Кожен з вузлів 2, 3 та 4 пов’язаний з початковим вузлом 1 однією дугою (мал.2).

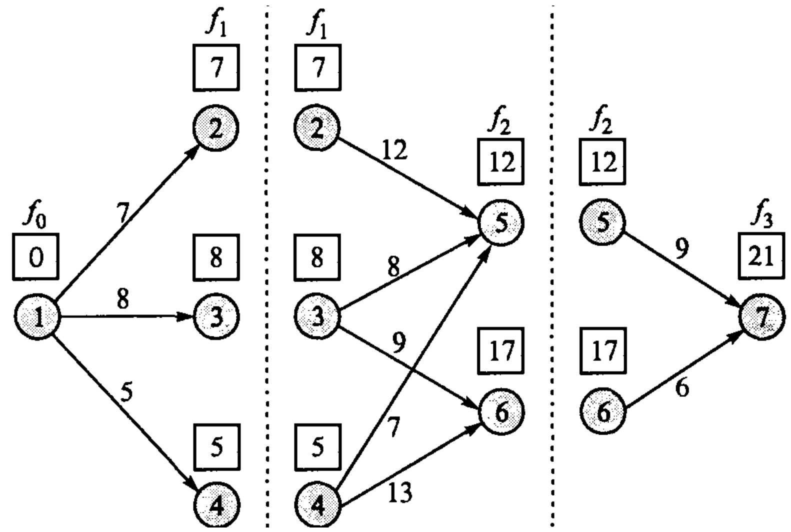
Етап 1 - результати.

Найкоротший шлях до вузла 2 - 7 миль (з вузла 1).

Найкоротший шлях до вузла 3 - 8 миль (з вузла 1).

Найкоротший шлях до вузла 4 - 5 миль (з вузла 1).

Етап 2. Обчислимо найкоротші (накопичені) відстані до вузлів 5 та 6. Є три можливих маршрути до вузла 5 - (2, 5), (3, 5) та (4, 5). Враховуючи найкоротші відстані до вузлів 2, 3, та 4 визначимо найкоротшу (накопичену) відстань до вузла 5.



$$\begin{pmatrix}\text{Кратчайший}\\ \text{путь к узлу 5}\end{pmatrix}=\min_{i=2,3,4}\left\{\begin{pmatrix}\text{Кратчайший}\\ \text{путь к узлу } i\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\text{Расстояние от}\\ \text{узла } i \text{ к узлу 5}\end{pmatrix}\right\}=$$

$$=\min\begin{Bmatrix}7+12=19\\ 8+\ \ 8=16\\ 5+\ \ 7=12\end{Bmatrix}=12\quad(\text{из узла } 4).$$

Аналогічно для вузла 6:

$$\begin{pmatrix}\text{Кратчайший}\\ \text{путь к узлу 6}\end{pmatrix}=\min_{i=3,4}\left\{\begin{pmatrix}\text{Кратчайший}\\ \text{путь к узлу } i\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\text{Расстояние от}\\ \text{узла } i \text{ к узлу 6}\end{pmatrix}\right\}=\min\begin{Bmatrix}8+\ \ 9=17\\ 5+\ 13=18\end{Bmatrix}=17\quad(\text{из узла } 3).$$

Етап 2. - результати. Найкоротший шлях до вузла 5 дорівнює 12 миль (з вузла 4).
Найкоротший шлях до вузла 6 дорівнює 17 миль (з вузла 3).

Етап 3. Кінцевого вузла 7 можна досягти як з вузла 5, так і з 6. Використовуючи результати етапу 2 та відстані від вузлів 5 та 6 до вузла 7, отримаємо.

$$\begin{pmatrix}\text{Кратчайший}\\ \text{путь к узлу 7}\end{pmatrix}=\min\begin{Bmatrix}12+9=21\\ 17+6=23\end{Bmatrix}=21\quad(\text{из узла } 5).$$

Етап 3. - результати. Найкоротший шлях до вузла 7 дорівнює 21 милі (з вузла 5).

Міста, через які проходить найкоротший маршрут. З результатів третього етапу: вузол 7 пов’язується з вузлом 5. З результатів другого етапу: вузол 4 пов’язується з вузлом 5. Нарешті, з результатів першого етапу: вузол 4 пов’язується з вузлом 1.

Отже, оптимальним є маршрут - 1→ 4→ 5→ 7.

Рекурентні розрахунки динамічного програмування можна сформулювати математично. Нехай $f_i(x_i)$ — найкоротша відстань до вузла x_i на етапі i, $d(x_{i-1}, x_i)$ — відстань від вузла x_{i-1} до вузла x_i. Тоді f_i розраховується на основі значень f_{i-1} за допомогою наступного рекурентного рівняння.

$$f_i(x_i) = \min_{\substack{\text{все допустимые} \\ (x_{i-1}, x_i)\text{-маршруты}}} \left\{ d(x_{i-1}, x_i) + f_{i-1}(x_{i-1}) \right\}, \quad i = 1,2,3$$

При i= 1 приймаємо $f_0(x_0) \equiv 0$. Це рівняння показує, що найкоротші відстані $f_i(x_i)$ на етапі i повинні бути виражені як функції наступного вузла x_i.

Визначення стану системи призводить до наступного уніфікованого положення.

Принцип оптимальності. На кожному етапі оптимальна стратегія визначається незалежно від стратегій, використаних на попередніх етапах.

З прикладу 1 на етапі 3 використаємо найкоротші шляхи до вузлів 5 та 6 та не цікавимося, як ці вузли були досягнуті з вузла 1.

4.2. Рекурентні алгоритми прямого та зворотного підганяння

У прикладі 1 розрахунки проводились від першого етапу до третього - алгоритм прямого підганяння. Приклад можна розв'язати за допомогою зворотного алгоритму - від третього етапу до першого.

Обидва алгоритми приводять до одного розв'язку. Алгоритм прямого підганяння виглядає більш логічним, але алгоритм зворотного підганяння може бути більш ефективним з обчислювальної точки зору.

Алгоритм зворотного підганяння на прикладі 1. Представимо розрахунки у табличній формі.

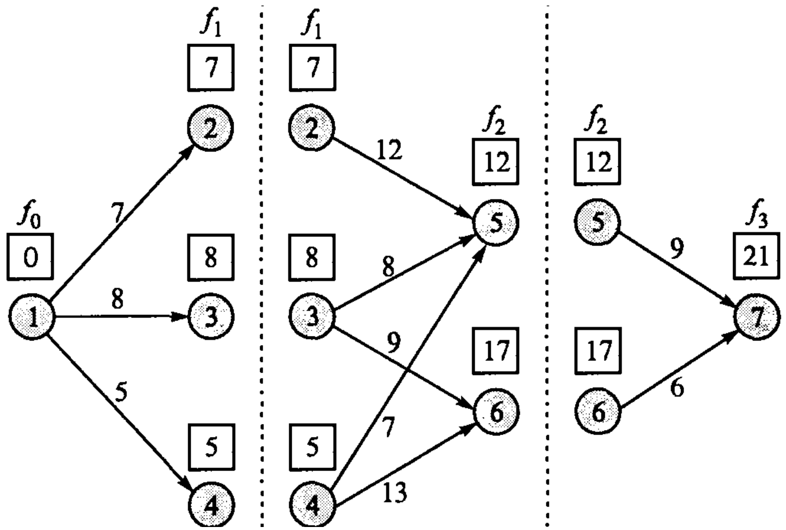
Рекурентне рівняння для алгоритму зворотного підганяння на прикладі 1:

$$f_i(x_i) = \min_{\substack{\text{все допустимые} \\ (x_i, x_{i+1})\text{-маршруты}}} \left\{ d(x_i, x_{i+1}) + f_{i+1}(x_{i+1}) \right\}, \quad i = 1,2,3,$$

де $f_4(x_4) \equiv 0$ для $x_4 = 7$. Відповідною послідовністю розрахунків буде $f_3 \longrightarrow f_2 \longrightarrow f_1$.

Етап 3. Вузол 7 (x_4 = 7) пов'язаний з 5 та 6 (x_3 = 5 та 6) одним маршрутом, альтернативи відсутні, а результати третього етапу можна підсумувати наступним чином.

	$d(x_3, x_4)$	Оптимальное решение	
x_3	$x_4 = 7$	$f_3(x_3)$	x_4^*
5	9	9	7
6	6	6	7



Етап 2. Маршруту (2, 6) не існує. Використовуючи значення $f_3(x_3)$, отримані на 3-му етапі, порівняємо альтернативні розв'язки:

	$d(x_2, x_3) + f_3(x_3)$		Оптимальное решение	
x_2	$x_3 = 5$	$x_3 = 6$	$f_2(x_2)$	x_3^*
2	12 + 9 = 21	—	21	5
3	8 + 9 = 17	9 + 6 = 15	15	6
4	7 + 9 = 16	13 + 6 = 19	16	5

Розв'язок етапу 2. З вузлів 2 або 4, найкоротший шлях до 7 проходить через 5, а з 3 — через 6.

Етап 1. З вузла 1 починаються три маршрути: (1, 2), (1, 3) и (1, 4). Використовуючи значення $f_2(x_2)$, отримані на другому етапі, розраховуємо дані наступної таблиці.

Розв'язок на етапі 1 - найкоротший шлях проходить через вузол 4.

	$d(x_1, x_2) + f_2(x_2)$			Оптимальное решение	
x_1	$x_2 = 2$	$x_2 = 3$	$x_2 = 4$	$f_1(x_1)$	x_2^*
1	7 + 21 = 28	8 + 15 = 23	5 + 16 = 21	21	4

Визначимо весь маршрут: з вузла 4 необхідно рухатись до вузла 5 (розв'язок етапу 2). Нарешті, з вузла 5 необхідно рухатись до 7 (розв'язок етапу 3).

Отже, маршрут, що має найменшу довжину - 1—> 4—> 5—> 7, та його довжина 21 миля.